PLAN WYNIKOWY

(zakres podstawowy)

klasa 3.

Wstęp

Plan wynikowy kształcenia matematycznego jest dostosowany do programu nauczania matematyki w liceach i technikach – zakres podstawowy, autorstwa Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdy, zamieszczonego na stronie internetowej www.pazdro.com.pl wiosną 2012 roku. Jest on przeznaczony dla nauczycieli oraz uczniów pracujących z podręcznikiem „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres podstawowy” – numer ewidencyjny w wykazie podręczników: 412/3/2012 oraz zbiorami zadań do matematyki, autorstwa Elżbiety Kurczab, Marcina Kurczaba i Elżbiety Świdy, wydanymi przez Oficynę Edukacyjną * Krzysztof Pazdro.

Plan jest wykazem wiadomości i umiejętności, jakie powinien mieć uczeń ubiegający się o określone oceny na poszczególnych etapach edukacji w liceum lub w technikum.

Wymagania stawiane przed uczniem podzieliliśmy na trzy grupy:

- Wymagania podstawowe (zawierają wymagania konieczne);
- Wymagania dopełniające (zawierają wymagania rozszerzające);
- Wymagania wykraczające.

Wymagania wykraczające zawierają w sobie wymagania dopełniające, te zaś zawierają wymagania podstawowe.

Ocenę dopuszczającą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych, zaś ocenę dostateczną – uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60% wymagań podstawowych.

Ocenę dobrą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających, zaś ocenę bardzo dobrą – uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

Ocenę celującą powinien uzyskać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

Aby ułatwić nauczycielom, uczniom i ich rodzicom korzystanie z planu wynikowego, dla poszczególnych wymagań przedstawiamy przykładowe zadania, które dokładniej określają stopień trudności problemów wymaganych na poszczególne oceny. Przedstawione zadania **nie mogą** w żadnym wypadku stanowić przykładowego zbioru zadań, z którego nauczyciel powinien czerpać zadania na ewentualny egzamin sprawdzający, lecz mają jedynie wskazać stopień trudności zadań na poszczególne oceny.

Plan wynikowy nie może być „dokumentem sztywnym”. Zakładamy, że każdy nauczyciel zmodyfikuje ten plan, dostosowując go zarówno do liczby godzin przeznaczonych na realizację materiału, jak i do możliwości uczniów.

Nauczycieli, którzy będą korzystać z przygotowanego przez nas planu wynikowego, prosimy o wskazówki i uwagi.

Autorzy

Spis treści

1. Potęgi. Logarytmy. Funkcja wykładnicza …………………………………… 4
2. Elementy geometrii analitycznej………………………………………………… 8
3. Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.......... 13
4. Elementy statystyki opisowej….………………………………….................. 16
5. Geometria przestrzenna…………………………………………….............. 19

1. Potęgi. Logarytmy. Funkcja wykładnicza

Tematyka zajęć:

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
- Funkcja wykładnicza i jej własności
- Proste równania wykładnicze
- Proste nierówności wykładnicze
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym
- Logarytm – powtórzenie wiadomości
- Proste równania logarytmiczne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych; – zna prawa działań na potęgach i potrafi je stosować w obliczeniach; – zna definicję funkcji wykładniczej; – potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; – potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu; – potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{OX}, S_{OY}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor); – potrafi rozwiązywać graficznie proste równania oraz nierówności z wykorzystaniem wykresu funkcji wykładniczej; – rozwiązuje proste równania wykładnicze sprowadzające się do równań liniowych i kwadratowych; – rozwiązuje proste nierówności wykładnicze sprowadzające się do nierówności liniowych i kwadratowych; – posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;	Uczeń: – potrafi zastosować proste równania i nierówności wykładnicze w rozwiązywaniu zadań dotyczących własności funkcji wykładniczych oraz innych zagadnień (np. ciągów); – potrafi sprawnie przekształcać wyrażenia zawierające logarytmy, stosując poznane twierdzenia o logarytmach.	Uczeń : – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności.

– potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej; – zna i potrafi stosować wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.		

Przykładowe zadania

Zadanie 1. Naszkicuj wykres funkcji: a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ i na podstawie wykresu omów własności funkcji f. Zadanie 2. Rozwiąż równanie i nierówność: a) $(0{,}5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-x^2+4} \le \frac{4}{9}$. Zadanie 3. Rozwiąż graficznie nierówność: $2^{x-2} \le 5 - x$. Zadanie 4. Naukowcy zauważyli, że z powodu zmian środowiska naturalnego pewien gatunek zwierząt liczący obecnie 1000 sztuk może wyginąć. Oszacowali, że po t latach gatunek ten będzie liczył	Zadanie 1. Rozwiąż równanie $\frac{3^{x+1}}{81} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x-1}{x}}$ Zadanie 2. Rozwiąż nierówność: $0{,}7^{2+4+6+\ldots+2x} \ge 0{,}7^{12}$ i $x \in \boldsymbol{N}_+$. Zadanie 3. Funkcja $f(x)=2^{x-4}+1$ oraz funkcja $g(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{m+x} - \frac{1}{4}$ przyjmują dla pewnego argumentu tę samą wartość równą 1,25. Oblicz m. Zadanie 4. Dwie liczby rzeczywiste p i q spełniają równania: $p + q = \log_6 3$ oraz $p - q = \log_6 12$. Oblicz p i q. Zadanie 5. Liczby 2, $2^{x-1} + 4$, $2^{x-2} + 12$ są, w podanej kolejności, trzema początkowymi wyrazami nieskończonego ciągu arytmetycznego. Oblicz	Zadanie 1. Wiedząc, że $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$, oblicz $\log_7 50$.

(w przybliżeniu) $N(t)=1000 \cdot (0,9)^t$ sztuk. Oblicz, ile osobników tego gatunku będzie po 5 latach. <u>Zadanie 5.</u> Oblicz: a) $\log_2 16$, b) $\log_\pi 1$, c) $\log_{\frac{1}{7}} 49$, d) $\log 10^{12}$. <u>Zadanie 6.</u> Oblicz: a) $\log_2 \frac{\sqrt[3]{4}}{8}$, b) $\log_4 2 + \log_4 32$, b) $\log_{\frac{1}{3}} 324 - 2\log_{\frac{1}{3}} 6$. <u>Zadanie 7.</u> Oblicz x, jeśli : a) $\log_x 81 = 4$; b) $\log_2 x = -\frac{2}{3}$.	sumę dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu. <u>Zadanie 6.</u> Oblicz wartość wyrażenia $16^{\log_2 \sqrt[4]{2} + \log_4 3}$.	

2. Elementy geometrii analitycznej

Tematyka zajęć:

- Wektor w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka
- Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej
- Równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych
- Odległość punktu od prostej
- Zastosowanie wiadomości o równaniu prostej do rozwiązywania zadań

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi obliczyć współrzędne wektora, gdy dane są współrzędne początku i końca tego wektora; – potrafi wyznaczyć na podstawie współrzędnych wektora i współrzędnych końca (początku) wektora, współrzędne początku (końca) tego wektora; – potrafi obliczyć długość wektora (długość odcinka); – wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; – potrafi obliczyć współrzędne wektora będącego sumą (różnicą) dwóch danych wektorów; – potrafi pomnożyć wektor przez liczbę; – potrafi obliczyć współrzędne środka odcinka o danych końcach (wyznaczyć współrzędne jednego z końców odcinka, mając dane współrzędne środka odcinka i współrzędne drugiego końca); – potrafi obliczyć współrzędne środka ciężkości trójkąta; – zna pojęcia: równanie kierunkowe proste oraz równanie ogólne prostej: – potrafi napisać równanie kierunkowe prostej, znając kąt nachylenia tej prostej do osi *OX* oraz współrzędne punktu należącego do tej prostej; – potrafi na podstawie równania kierunkowego prostej podać miarę kąta nachylenia tej prostej do osi *OX*;	Uczeń: – potrafi wyznaczyć obraz figury geometrycznej (punktu, odcinka, trójkąta, prostej itp.) w symetrii osiowej względem dowolnej prostej oraz w symetrii środkowej względem dowolnego punktu; – potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej, o średnim stopniu trudności, w których wykorzystuje wiedzę o wektorach i prostych; – rozwiązuje zadania, w których występują parametry.	

– potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dwa dane punkty; – potrafi przekształcić równanie prostej danej w postaci kierunkowej do postaci ogólnej (i odwrotnie – o ile takie równanie istnieje); – zna warunek na równoległość i prostopadłość prostych danych równaniami ogólnymi (kierunkowymi); – potrafi napisać równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej prostej przechodzącej przez dany punkt; – oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; – zna wzór na odległość punktu od prostej; – potrafi obliczyć odległość danego punktu od danej prostej; – znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, odcinka, trójkąta, prostej itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych; – potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem poznanych wzorów.		

Przykładowe zadania

<u>Zadanie 1.</u> Dane są punkty $A(4, 7)$ oraz $B(-4, -1)$. Oblicz: a) współrzędne wektora $\overrightarrow{AB}$; b) długość odcinka AB; c) współrzędne środka odcinka AB. <u>Zadanie 2.</u> Dane są punkty: $A(4, 8)$, $B(3, -1)$, $C(-1, 9)$ oraz $D(2, 15)$. a) Napisz równanie kierunkowe prostej AB oraz równanie ogólne prostej CD; b) Czy proste AB oraz CD są równoległe? Odpowiedź uzasadnij. <u>Zadanie 3.</u> Trójkąt ABC, gdzie $A(-4, 6)$ i $B(8, -2)$, jest równoramienny, w którym $\|AC\| = \|BC\|$. Napisz równanie ogólne prostej, w której zawiera się wysokość trójkąta ABC, poprowadzona z wierzchołka C. <u>Zadanie 4.</u> Oblicz odległość między prostymi k: $x + y - 8 = 0$ oraz l: $y = -x + 7$. <u>Zadanie 5.</u> Odcinek AB, gdzie $A(-2, -2)$ i $B(6, 3)$ przekształcono przez symetrię osiową względem prostej k: $x = 0$ i otrzymano odcinek $A'B'$. Podaj współrzędne punktów A' i B'.	<u>Zadanie 1.</u> Wyznacz wartość parametru p, dla której proste k: $x - py - 2p = 0$ oraz l: $-3x + (2 - p)y - 6 = 0$ są a) równoległe; b) prostopadłe. <u>Zadanie 2.</u> Wyznacz współrzędne punktu P', który jest obrazem punktu $P(3, 5)$, w symetrii osiowej względem prostej k: $x + y - 4 = 0$. <u>Zadanie 3.</u> Dane są punkty $A(-5, 3)$ i $B(1, -3)$. Wyznacz współrzędne punktu C leżącego na osi OY, tak aby pole trójkąta ABC było równe 36. <u>Zadanie 4.</u> W układzie współrzędnych dane są cztery punkty: $A(-5, 2)$, $B(3, -4)$, $C(5, 1)$, $D(1, 4)$. a) Wykaż, że czworokąt $ABCD$ jest trapezem; b) Oblicz pole trapezu $ABCD$.	

3. Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa

Tematyka zajęć:

- Reguła mnożenia
- Reguła dodawania
- Doświadczenie losowe
- Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
- Obliczanie prawdopodobieństwa

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; – stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania; – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; – zna twierdzenie o prawdopodobieństwie klasycznym; – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – umie określić (skończoną) przestrzeń zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i obliczyć jej moc; – umie określić jakie zdarzenia elementarne sprzyjają danemu zdarzeniu; – zna i umie stosować w prostych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa.	Uczeń: – rozwiązuje zadania z kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopni trudności; – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia doświadczenia wieloetapowego.	Uczeń: – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. Z cyfr należących do zbioru {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} tworzymy liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach . Ile wśród nich jest : a) liczb parzystych b) liczb nieparzystych	Zadanie 1. W grupie 20 studentów każdy uprawia jeden sport. W poniższej tabeli przedstawiona jest informacja o uprawianych przez studentów rodzajach sportu, z uwzględnieniem płci studentów.	Zadanie 1. Ze zbioru {–2, –1, 0, 1, 2, 3} losujemy kolejno bez zwracania trzy liczby a, b, c i tworzymy funkcję określoną wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.

c) liczb podzielnych przez 5?

Zadanie 2.

Z talii składającej się z 52 kart losujemy jedną kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania karty , która jest kierem lub damą?

Zadanie 3.

Ze zbioru wszystkich liczb dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

Zadanie 4.

Doświadczenie polega na dwukrotnym rzucie kostką sześcienną do gry.
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w pierwszym i drugim rzucie otrzymamy liczbę oczek będącą liczbą pierwszą.

	Tenis	Siatkówka	Pływanie
Kobiety	4	2	3
Mężczyźni	5	4	2

Wybieramy z grupy jednego studenta. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:
a) wybrany student uprawia pływanie;
b) wybrany student jest mężczyzną lub gra w siatkówkę;
c) wybrany student nie gra w tenisa.

Zadanie 2

W loterii jest 15 losów: dwa losy dają wygraną po 10 zł oraz trzy losy dają wygraną po 5 zł, zaś pozostałe losy są przegrywające. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kupując kolejno dwa losy, wygramy 10 zł?

Zadanie 3.

W pudełku znajdują się 3 kule białe i 7 kul zielonych. Losujemy jedną kulę z pudełka, a następnie z pozostałych kul losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana za drugim razem kula jest zielona.

Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymana funkcja:
a) ma wykres symetryczny względem osi *OY*;
b) jest malejąca w zbiorze ***R***.

4. Elementy statystyki opisowej

Tematyka zajęć:

- Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
- Średnia z próby
- Mediana z próby i moda z próby
- Wariancja i odchylenie standardowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; – potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; – potrafi obliczyć średnią arytmetyczną i średnią ważoną z próby; – potrafi obliczyć medianę z próby; – potrafi wskazać modę z próby; – potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych; – potrafi na podstawie obliczonych wielkości przeprowadzić analizę przedstawionych danych; – potrafi określać zależności między odczytanymi danymi.	Uczeń: – potrafi rozwiązywać proste zadania teoretyczne dotyczące pojęć statystycznych.	

Przykładowe zadania

<table>
<tr>
<td>
<u>Zadanie 1.</u>
Pięćdziesiąt osób zdawało egzamin z przepisów ruchu drogowego. Liczba popełnionych przez nie błędów przedstawiona jest w poniższej tabeli:

<table>
<tr><td>Liczba błędów</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Liczba osób</td><td>11</td><td>8</td><td>14</td><td>7</td><td>6</td><td>4</td></tr>
</table>
a) Oblicz średnią liczbę błędów popełnionych przez zdającego.
</td>
<td>
<u>Zadanie 1.</u>
Suma trzech liczb x, y oraz z wynosi 6, a ich wariancja jest równa 21. Oblicz sumę kwadratów tych liczb.

<u>Zadanie 2.</u>
Zestaw trzech liczb a, b i c ma średnią arytmetyczną $\overline{x_1}$ i odchylenie standardowe od średniej równe σ_1.
Zestaw trzech liczb $a + 3$, $b + 3$ i $c + 3$ ma średnią arytmetyczną $\overline{x_2}$ i odchylenie standardowe σ_2.
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

b) Ile procent zdających zdało egzamin, jeśli do tego można było popełnić co najwyżej dwa błędy? c) Przedstaw dane na diagramie kolumnowym i zaznacz na nim średnią obliczoną w punkcie a). <u>Zadanie 2.</u> Producent czekolady deklaruje, że tabliczka ma wagę 150 g $\pm$ 2 g. Dla zbadania jakości pewnej partii czekolady organizacja konsumencka zbadała wagę losowo wybranych 10 tabliczek czekolady z tej partii i otrzymała następującą ich wagę (w gramach): 150,4 148,9 150,1 152,8 146,6 154,3 150,8 151,1 150,6 149,5 Oblicz średnią wagę tabliczki czekolady i odchylenie standardowe w badanej próbie. Zastanów się, czy organizacja konsumencka winna zwrócić się do producenta z reklamacją dotyczącą tej partii tabliczek czekolady.	Wyznacz związek pomiędzy średnimi arytmetycznymi i odchyleniami standardowymi obu zestawów danych.	

5. Geometria przestrzenna

Tematyka zajęć:

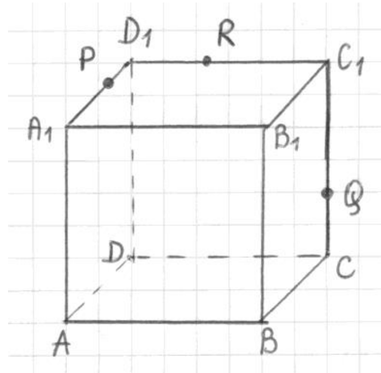
- Płaszczyzny i proste w przestrzeni
- Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
- Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni
- Rzut prostokątny na płaszczyznę
- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
- Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny
- Graniastosłupy
- Ostrosłupy
- Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
- Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
- Przekroje wybranych wielościanów
- Bryły obrotowe. Pole powierzchni brył obrotowych
- Objętość brył obrotowych

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – potrafi rysować figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – zna i umie stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych; – rozumie pojęcie kąta miedzy prostą i płaszczyzną; – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem „kąt liniowy kąta dwuściennego”; – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa; – zna podział graniastosłupów; – umie narysować siatki graniastosłupów prostych; – zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; – zna podział ostrosłupów;	Uczeń: – określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; – zna i umie stosować twierdzenia charakteryzujące ostrosłup prosty; – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń.	Uczeń: – potrafi skonstruować przekrój wielościanu płaszczyzną i udowodnić poprawność konstrukcji; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń.

– umie narysować siatki ostrosłupów prostych; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami; – zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca; – rozumie określenie przekrój osiowy walca; – zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu, wierzchołek stożka; – rozumie określenie przekrój osiowy stożka – zna określenie kuli; – rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą); oblicza miary tych kątów; – umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów; – umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów prawidłowych; – umie obliczać objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca);		

– potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń.		

Przykładowe zadania

<u>Zadanie 1.</u> W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym suma długości jego krawędzi jest równa 68 cm, a pole powierzchni całkowitej 190 cm^2. Oblicz długość krawędzi graniastosłupa. <u>Zadanie 2.</u> Podstawą ostrosłupa *ABCS* jest trójkąt *ABC*. Krawędź *AS* jest wysokością tego ostrosłupa. Oblicz objętość ostrosłupa *ABCS*, wiedząc, że $\|AS\| = 8$, $\|BS\| = \|CS\| = 10$ oraz $\|BC\| = 4$. <u>Zadanie 3.</u> W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym o wysokości $2\sqrt{3}$ cm, ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa. <u>Zadanie 4.</u> Znajdź pole powierzchni całkowitej walca, którego pole powierzchni bocznej jest równe P_b i którego przekrojem osiowym jest kwadrat.	<u>Zadanie 1.</u> Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 6 cm i 8 cm. Wszystkie krawędzie boczne mają długość 10 cm. Oblicz objętość tego ostrosłupa. <u>Zadanie 2.</u> Sześcian o krawędzi 4 cm przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem: a) 45° b) 60°. Oblicz pole otrzymanego przekroju. <u>Zadanie 3.</u> Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma 6 cm długości, a wysokość graniastosłupa jest równa $3\sqrt{2}$ cm. Wyznacz miarę kąta między przekątną ściany bocznej a płaszczyzną sąsiedniej ściany bocznej.	<u>Zadanie 1.</u> Trójkąt równoramienny o obwodzie długości k i kącie przy wierzchołku α, obraca się wokół podstawy. Oblicz objętość powstałej bryły. <u>Zadanie 2.</u> Dany jest sześcian $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Punkty *P*, *Q*, *R*, leżą odpowiednio na krawędziach A_1D_1, CC_1, D_1C_1 (zobacz rysunek).  Skonstruuj przekrój sześcianu płaszczyzną *PQR*. Uzasadnij konstrukcję.